Exercices

1) $f(x) = -2x + 3$ dom.f = $\mathbb{R}$

im.f = $\mathbb{R}$

f est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}

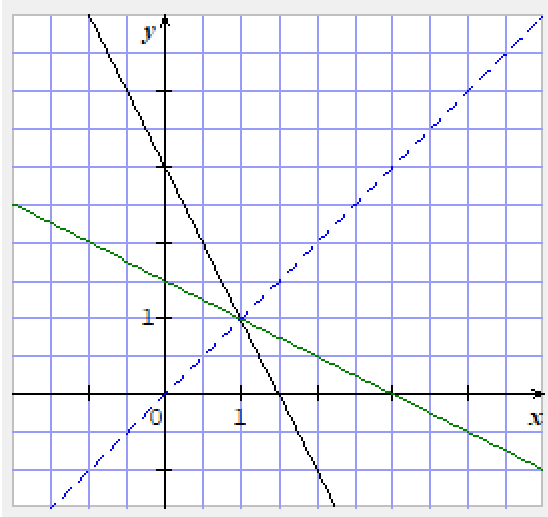
dom.f^{-1} = $\mathbb{R}$ im. f^{-1} = $\mathbb{R}$

$y = -2x + 3$ $x = -2y + 3$

$x - 3 = -2y$

$\dfrac{3-x}{2} = y$

$f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to y = \dfrac{3-x}{2}$



2) $f(x) = -x + 4$ dom.f = $\mathbb{R}$

im.f = $\mathbb{R}$

f est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}

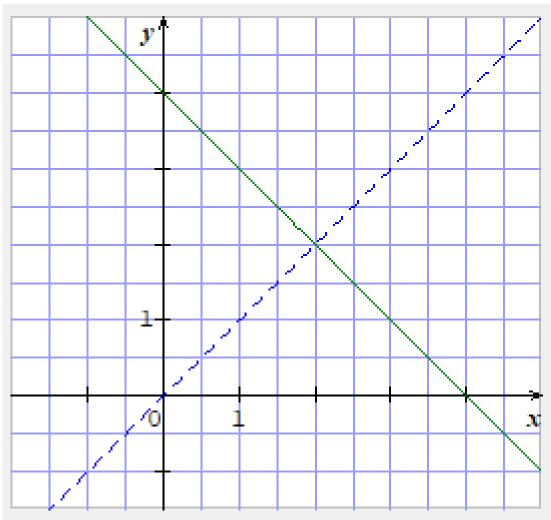
dom.f^{-1} = $\mathbb{R}$ im. f^{-1} = $\mathbb{R}$

$y = -x + 4$ $x = -y + 4$

$-x + 4 = y$

$f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to y = -x + 4$

Remarque : f est sa propre réciproque



3) $f(x) = 2x^2$ dom.f = $\mathbb{R}$

im.f = $\mathbb{R}^+$

f n'est pas une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^+$.

Considérons f_r la restriction de f à $\mathbb{R}^+$.

dom.f_r = $\mathbb{R}^+$ im.f_r = $\mathbb{R}^+$

f_r est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$.

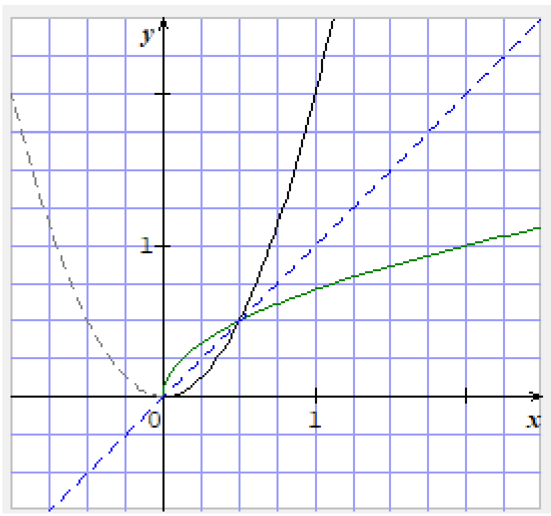
Sa réciproque est une fonction notée f_r^{-1}.

dom. f_r^{-1} = $\mathbb{R}^+$ im. f_r^{-1} = $\mathbb{R}^+$

$y = 2x^2$ et $x \geq 0$ $x = 2y^2$ et $y \geq 0$

$y = \sqrt{\dfrac{x}{2}}$

$f_r^{-1} : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \to \sqrt{\dfrac{x}{2}}$



4) $f(x) = x^2 - 1$ dom.f = $\mathbb{R}$

im.f = $[-1\ ;+\infty[$

f n'est pas une bijection de $\mathbb{R}$ dans $[-1\ ;+\infty[$.

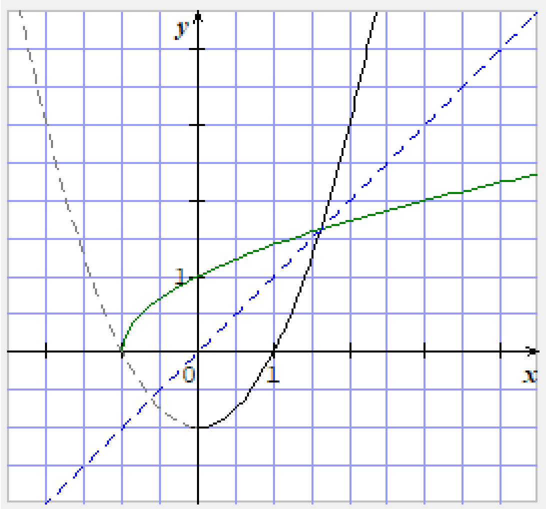
Considérons f_r la restriction de f à $\mathbb{R}^+$.
dom.$f_r = \mathbb{R}^+$ im.$f_r = [-1\ ;+\infty[$
f_r est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $[-1\ ;+\infty[$

Sa réciproque est une fonction notée f_r^{-1}.
dom.$f_r^{-1} = [-1\ ;+\infty[$ im. $f_r^{-1} = \mathbb{R}^+$

$y = x^2 - 1$ et $x \geq 0$ $x = y^2 - 1$ et $y \geq 0$

$y = \sqrt{x+1}$

$f_r^{-1} : [-1\ ;+\infty[\to \mathbb{R}^+ : x \to \sqrt{x+1}$



5) $f(x) = \sqrt{x}$ dom.f = $\mathbb{R}^+$

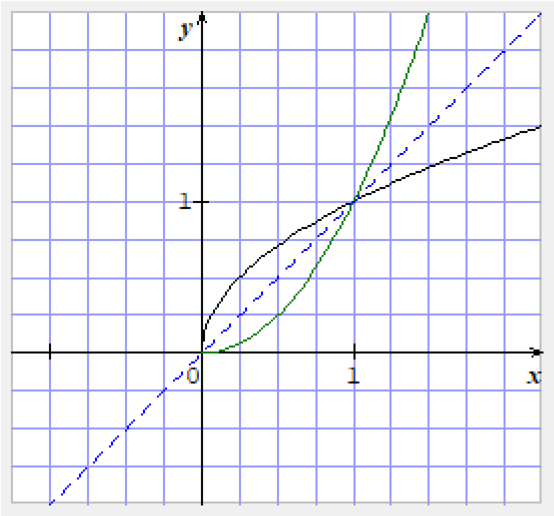
im.f = $\mathbb{R}^+$

f est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}
dom.$f^{-1} = \mathbb{R}^+$ im. $f^{-1} = \mathbb{R}^+$

$y = \sqrt{x}$ $x = \sqrt{y}$
$x^2 = y$

$f^{-1} : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \to y = x^2$



6) $f(x) = \sqrt{x} - 1$ dom.f = $\mathbb{R}^+$

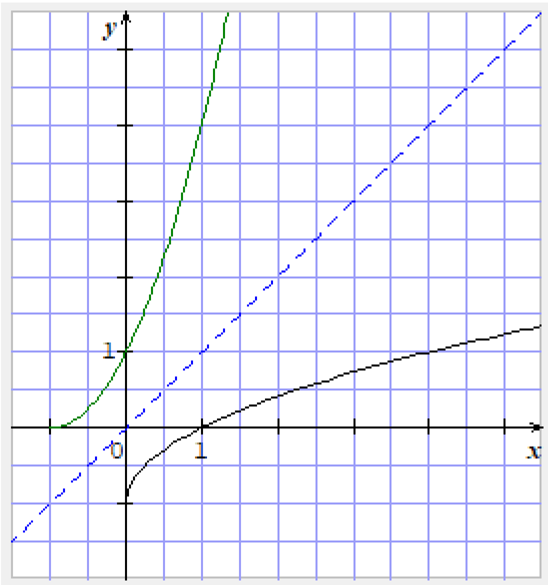
im.f = $[-1\ ;+\infty[$

f est une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans $[-1\ ;+\infty[$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}
dom.$f^{-1} = [-1\ ;+\infty[$ im. $f^{-1} = \mathbb{R}^+$

$y = \sqrt{x} - 1$ $x = \sqrt{y}\ - 1$
$x + 1 = \sqrt{y}$
$(x + 1)^2 = y$

$f^{-1} : [-1\ ;+\infty[\to \mathbb{R}^+ : x \to y = (x + 1)^2$



7) $f(x) = \sqrt{x+2}$ dom.f = $[-2\ ;\ +\infty[$

im.f = $\mathbb{R}^+$

f est une bijection de $[-2\ ;\ +\infty[$ dans $\mathbb{R}^+$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}

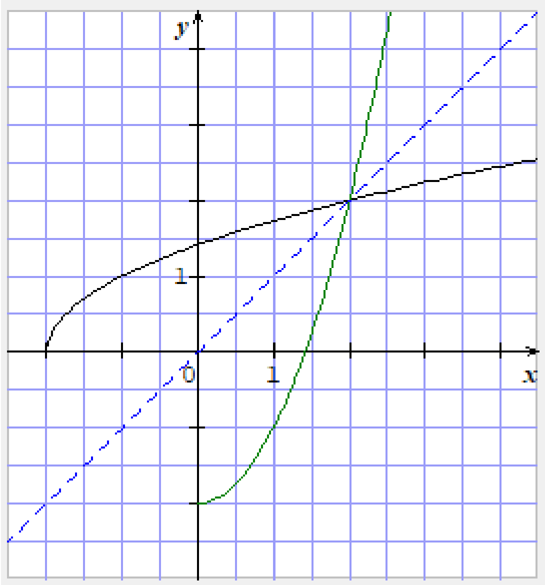
dom.f^{-1} = $\mathbb{R}^+$ im. f^{-1} = $[-2\ ;\ +\infty[$

$y = \sqrt{x+2}$ $x = \sqrt{y+2}$

$x^2 = y + 2$

$x^2 - 2 = y$

$f^{-1} : \mathbb{R}^+ \to [-2\ ;\ +\infty[\ : x \to y = x^2 - 2$



8) $f(x) = \sqrt{3-x}$ dom.f = $]-\infty\ ;\ 3]$

im.f = $\mathbb{R}^+$

f est une bijection de $]-\infty\ ;\ 3]$ dans $\mathbb{R}^+$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}

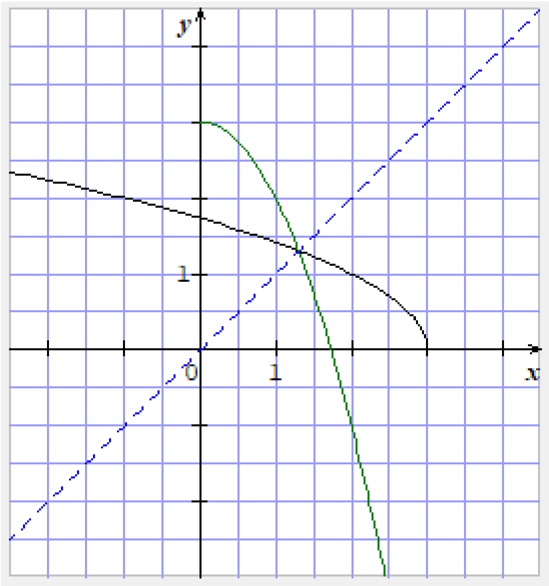
dom.f^{-1} = $\mathbb{R}^+$ im. f^{-1} = $]-\infty\ ;\ 3]$

$y = \sqrt{3-x}$ $x = \sqrt{3-y}$

$x^2 = 3 - y$

$3 - x^2 = y$

$f^{-1} : \mathbb{R}^+ \to\ ]-\infty\ ;\ 3] : x \to y = 3 - x^2$



9) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ dom.f = $\mathbb{R}$

im.f = $\mathbb{R}$

f est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

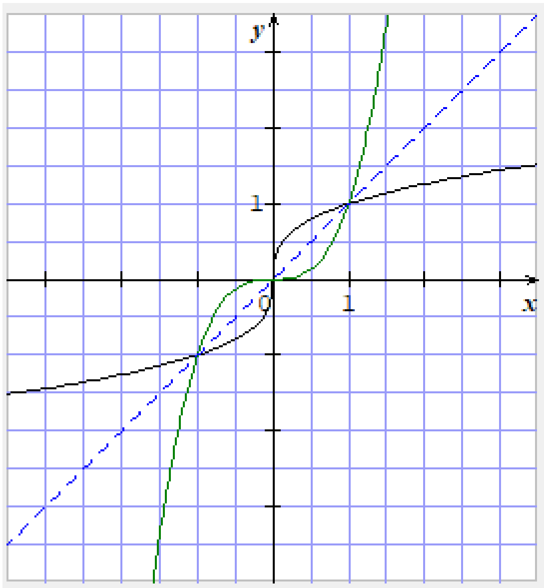
Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}

dom.f^{-1} = $\mathbb{R}$ im. f^{-1} = $\mathbb{R}$

$y = \sqrt[3]{x}$ $x = \sqrt[3]{y}$

$x^3 = y$

$f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to y = x^3$



10) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

dom.f $= \mathbb{R}_0$

im.f $= \mathbb{R}_0$

f est une bijection de $\mathbb{R}_0$ dans $\mathbb{R}_0$.

Sa réciproque est une fonction notée f^{-1}

dom.$f^{-1} = \mathbb{R}_0$ im. $f^{-1} = \mathbb{R}_0$

$y = \dfrac{1}{x}$

$x = \dfrac{1}{y}$

$\dfrac{1}{x} = y$

$f^{-1} : \mathbb{R}_0 \to \mathbb{R}_0 : x \to y = \dfrac{1}{x}$